$\Pi^{0}_{2,1}$ ($\Pi^{0}_{2,2}$), определены две инвариантные точки $B^{(1)}_1, B^{(1)}_2$ ($B^{(2)}_1, B^{(2)}_2$). Если $a^{(i)}_{7777}=0$, то точка $B^{(i)}_7$ лежит на индикатрисе (21); если $B^{(i)}_{777}=0$, то она совпадает с точкой A_0.

Библиографический список

1. М а л а х о в с к и й Н.В. О семействах коллинеаций многомерных проективных пространств // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. темат. сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Калининград, 1989. Вып.20. С.50-57.

2. М а л а х о в с к и й Н.В. Нормализации проективных пространств и характеристические числа, порожденные семейством коллинеаций // Там же. 1990. Вып.21. С.50-56.

3. Р ы ж к о в В.В. Характеристические направления точечного отображения P_m в P_n // Тр. геометр. семинара / ВИНИТИ. М., 1971. Т.3. С.235-242.

4. А н д р е е в Б.А. К геометрии дифференцируемого отображения $f: P_m \to \hat{P}_n$ $(m>n)$ // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Межвуз. темат. сб. науч. тр. / Калинингр. ун-т. Калининград, 1987. Вып.18. С.5-9.

УДК 514.75

ОБ ОДНОМ ЧАСТИЧНОМ ОТОБРАЖЕНИИ ЕВКЛИДОВА ПРОСТРАНСТВА E_n

Г.М а т и е в а

(Омский педагогический институт)

В работе изучается частичное отображение евклидова пространства E_n, порождаемое заданным семейством гладких линий.

В области Ω евклидова пространства E_n задано семейство гладких линий так, что через каждую точку $x\in\Omega$ проходит одна линия этого семейства. Пусть область Ω отнесена к подвижному ортонормированному реперу $R=(x,\vec e_i)$ $(i,j,k=1,2,\dots,n)$, который является репером Френе [1] для линии ω^1 заданного семейства. Деривационные формулы репера R имеют вид:

$$d\vec x = \omega^i \vec e_i, \quad d\vec e_i = \omega^k_i \vec e_k. \tag{1}$$

Формы ω^i, ω^k_i удовлетворяют условиям:

$$\mathcal{D}\omega^i = \omega^k\wedge\omega^i_k, \ \mathcal{D}\omega^k_i = \omega^\ell_i\wedge\omega^k_\ell, \ \omega^j_i + \omega^i_j = 0. \tag{2}$$

Интегральные линии векторных полей $\vec e_i$ образуют сеть Френе Σ_n. Так как репер R построен на касательных к линиям сети Σ_n, имеем:

$$\omega^k_i = \Lambda^k_{ij}\,\omega^j \quad (\Lambda^k_{ij} = -\Lambda^i_{kj}), \tag{3}$$

$$\Lambda^j_{i1} = 0 \quad (i<j;\ i=1,2,\dots,n-2;\ j=3,4,\dots,\widehat{i+1},\dots,n), \tag{4}$$

$$\Lambda^{i+1}_{i1} \neq 0 \qquad (i=1,2,\dots,n-2). \tag{5}$$

Здесь знаком $\wedge$ сверху отмечено непринимаемое определенным индексом значение.

Псевдофокус F^1_2 касательной $(x,\vec e_2)$ к линии ω^2 сети Σ_n определяется следующим радиус-вектором:

$$\vec F^1_2 = \vec x - \frac{1}{\Lambda^1_{21}}\vec e_2, \tag{6}$$

где $\Lambda^2_{11} = -\Lambda^1_{21}$ — первая кривизна кривой ω^1 заданного семейства. Когда точка x описывает область Ω, псевдофокус F^1_2 описывает свою область $\overline{\Omega}$. Получим отображение $f:\Omega\to\overline{\Omega}$ такое, что $f(x)=F^1_2$.

Дифференцируя внешним образом равенство (3) и применяя лемму Картана, получим:

$$d\Lambda^k_{ij} = \Lambda^k_{ijt}\,\omega^t,$$

где

$$\Lambda^k_{ijt} = \Lambda^k_{ijt} + \Lambda^k_{i\ell}\Lambda^\ell_{jt} + \Lambda^k_{\ell j}\Lambda^\ell_{it}.$$

Дифференцируя равенство (6) обычным образом, имеем:

$$d\vec F^1_2 = \omega^i \vec a_i,$$

где

$$\vec a_i = \vec e_i + \frac{\Lambda^1_{21i}}{(\Lambda^1_{21})^2}\vec e_2 - \frac{\Lambda^k_{2i}}{\Lambda^1_{21}}\vec e_k . \qquad (7)$$

В общем случае векторы $\vec a_i$ линейно независимы. Область $\bar\Omega$ отнесем к подвижному реперу $\bar R = (F^1_2, \vec a_i)$. При таком выборе реперов R, $\bar R$ дифференциальные уравнения отображения f имеют вид: $\omega^i = \bar\omega^i$, где I-формы ω^i, $\bar\omega^i$ являются линейными комбинациями дифференциалов координат точек в областях Ω, $\bar\Omega$ соответственно.

Линии ℓ, $\bar\ell = f(\ell)$ называются двойными линиями отображения f, если касательные к ним, взятые в соответствующих точках x, $f(x) = y$, пересекаются, либо параллельны [2].

Рассмотрим векторы $\vec e_1$, $\vec a_1$, $\overrightarrow{xF^1_2}$, где

$$\vec a_1 = f(\vec e_1), \quad \overrightarrow{xF^1_2} = -\frac{1}{\Lambda^1_{21}}\vec e_2,$$

$$\vec a_1 = \vec e_1 + \frac{\Lambda^1_{211}}{(\Lambda^1_{21})^2}\vec e_2 - \frac{\Lambda^k_{21}}{\Lambda^1_{21}}\vec e_k .$$

В силу равенства (4) отсюда имеем:

$$\vec a_1 = \frac{\Lambda^1_{211}}{(\Lambda^1_{21})^2}\vec e_2 - \frac{\Lambda^3_{21}}{\Lambda^1_{21}}\vec e_3 .$$

Из условия компланарности векторов $\vec e_1$, $\vec a_1$, $\overrightarrow{xF^1_2}$ получим $\Lambda^3_{21} = 0$. Но в силу равенства (5) имеем $\Lambda^3_{21} \neq 0$. Следовательно, линии ω^1 заданного семейства не могут быть двойными линиями отображения f.

Пусть линия ω^τ $(\tau = 3,\dots,n)$ является двойной линией отображения f. Из условия компланарности векторов $\vec e_\tau$, $\vec a_\tau = f(\vec e_\tau)$, $\overrightarrow{xF^1_2}$, где

$$\vec a_\tau = \frac{\Lambda^1_{21\tau}}{(\Lambda^1_{21})^2}\vec e_2 + \left(1 - \frac{\Lambda^\tau_{2\tau}}{\Lambda^1_{21}}\right)\vec e_\tau - \frac{\Lambda^k_{2\tau}}{\Lambda^1_{21}}\vec e_k ,$$

получим $\Lambda^k_{2\tau} = 0$ $(k \neq \tau)$. В силу последнего равенства имеем:

$$d_\tau \vec e_2 = \vec\Lambda_{2\tau} \parallel \vec e_\tau ,$$

где $\vec\Lambda_{2\tau}$ - вектор вынужденной кривизны поля вектора $\vec e_2$ вдоль направления $\vec e_\tau$. Следовательно, линия ω^τ является линией кривизны относительно одномерного распределения $\Delta_1 = (x, \vec e_2)$.

Обратно, если линия ω^τ является линией кривизны относительно одномерного распределения Δ_1, то векторы $\vec e_\tau$, $\vec a_\tau$, $\overrightarrow{xF^1_2}$ компланарны, т.е. линия ω^τ является двойной линией отображения f. Таким образом, доказана

Т е о р е м а. Линия ω^τ является двойной линией отображения f тогда и только тогда, когда она является линией кривизны относительно одномерного распределения $\Delta_1 = (x, \vec e_2)$.

Библиографический список

1. С х о у т е н И.А., С т р о й к Д.Я. Введение в новые методы дифференциальной геометрии. М: ИЛ, 1948. Т.2. 348с.

2. Б а з ы л е в В.Т. Многомерные сети двойных линий // Дифференциальная геометрия многообразий фигур: Сб. науч. тр./ Калинингр. ун-т. Калининград, 1975. Вып.6. С.19-25.

УДК 514.75

О ПОЛЯХ ИНВАРИАНТНЫХ ПОДПРОСТРАНСТВ $\mathcal{H}$-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРОЕКТИВНОГО ПРОСТРАНСТВА

Ю.И.П о п о в

(Калининградский государственный университет)

В данной работе продолжаются исследования регулярных трехсоставных распределений [1] - [2] в проективном пространстве P_n, которые названы нами $\mathcal{H}$-распределениями. $\mathcal{H}$-распределение - это тройка распределений проективного пространства P_n, состоящая из базисного распределения 1-го рода r-мерных линейных элементов $\Pi_r \equiv \Lambda$ (Λ-распределение), оснащающего распределения 1-го рода m-мерных линейных элементов $\Pi_m \equiv M$ (M-распределение) и оснащающего распределения 1-го рода гиперплоскостных элементов $\Pi_{n-1} \equiv H$ (H-распределение; $r < m < n-1$), с отношением инцидентности их соответствующих элементов в общем центре X следующего вида: $X \in \Lambda \subset M \subset H$.

Найдены пучки $H\Lambda$-виртуальных и $M\Lambda$-виртуальных нор-